

基于 ISL0 算法的码间干扰稀疏多径信道估计

刘婷¹, 周杰^{1,2}, 菊池久和²

(1. 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044; 2. 日本国立新潟大学 工学部 电气电子工学科, 新潟 950-2181)

摘 要: 针对存在码间干扰 ISI 的稀疏多径信道, 已提出基于压缩感知理论的平滑 SL0 算法来研究其稀疏特性, 然而 SL0 算法的迭代方向为负梯度方向, 存在“锯齿效应”, 且其代价函数“陡峭性”性能欠佳, 使得信道估计和收敛效果均未达到最优。因此提出利用拉格朗日算子, 结合牛顿法来改进和优化 SL0 算法, 获得了快速和高效的信号重构 ISL0 算法, 对稀疏多径信道状态信息进行了相关估计, 分析了信噪比 SNR 和迭代次数等参数对重构信号均方误差 MSE 的影响。比较了 ISL0 算法与其他相关算法的迭代时间以及对稀疏信道中 ISI 均衡效果的差异。算法的优越性通过仿真得到验证, 实时仿真结果显示 ISL0 算法能很好地对稀疏信道进行估计。在同样信道环境条件下, 相比 CoSaMP、SL0 及其他算法, ISL0 算法的性能有了较大提高。

关键词: 压缩采样; 线性规划; 非凸优化; ISL0 算法; 稀疏恢复

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)05-0124-10

ISI sparse channel estimation based on ISL0 algorithm

LIU Ting¹, ZHOU Jie^{1,2}, JUCHI Jiu-he²

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;

2. Dept. of Electronic and Electrical Engineering, Niigata University, Niigata 950-2181, Japan)

Abstract: A smoothed L0 (SL0) algorithm based on compressed sensing proposed in previous works for inter symbol interference (ISI) sparse channel estimation. But this method has “notched effect” due to the negative iterative gradient direction. Moreover, the “steep nature” of cost function in SL0 is not steep enough, leading to channel estimation errors and make convergence results not the most optimal. The lagrange multipliers and newton method were combined to optimize SL0 algorithm in order to obtain a more rapid and efficient signal reconstruction algorithm termed as an improved smoothed L0 (ISL0). The channel state information (CSI) of the sparse multi-path channel was obtained and analysis of reconstructed signal deviation, mean squared error (MSE) in the perspective of iterations and signal-to-noise ratio (SNR) as well as the iteration time and ISI equalization performance were also done. Furthermore, the superiority of ISL0 has been verified by computer simulation. Real-time simulation results clearly show that the ISL0 algorithm can estimate the ISI sparse channel much better. Compared with CoSaMP, SL0 and some other algorithms, the ISL0 algorithm can greatly improve the performance of system in the same channel environments.

Key words: compressed-sensing; linear program; non-convex optimization; ISL0 algorithm; sparse restoration

1 引言

无线多径衰落信道和水声信道通常都是稀疏信道, 在数字通信理论的架构下, 稀疏信道都可以建

模成有限冲激响应(FIR, finite impulse response)稀疏滤波向量^[1,2]。由于多径效应, 在数字通信系统中不可避免地会存在码间干扰(ISI, inter symbol interference), 所以对存在 ISI 的稀疏信道进行估计, 以

收稿日期: 2013-01-09; 修回日期: 2013-03-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61372128); 科技部公益性行业专项基金资助项目(GYHY200906053); 江苏省科技支撑计划(工业)基金资助项目(BE2011195)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61372128); The National Department Public Benefit Research Foundation (GYHY200906053); Scientific & Technological Support Project (Industry) of Jiangsu Province (BE2011195)

及在接收端对 ISI 进行有效均衡是一项非常重要的工作^[3]。信道估计的能力以及收敛速度在很大程度上影响了数据通信发送端和接收端之间的高效性和可靠性。信道估计最普遍的方法就是在发送端向接收端发送一个已知的训练序列,从而可以通过接收端的相关观测结果估计出信道的状态信息(CSI, channel state information)^[4]。只有对 CSI 的准确估计,才能够进一步研究通信信道接收端的相干检测,有效抑制 ISI 使得整个通信系统的检测错误率能够大大降低。因此对于通信系统中的带限信道,获得准确高效的信道估计结果具有非常重要的实际意义。ISI 稀疏信道通常可认为是 FIR 因果滤波器,通过在接收端增设一个匹配滤波器,可认为稀疏 FIR 滤波器满足最小相位原理,从而保证信号能量足够大,利于对 CSI 的准确估计。

对稀疏信道的估计问题,目前已经提出了一系列的相关算法。大多数算法研究了通信信道的稀疏特性,同时还检测出稀疏信道冲激响应的各个非零抽头的具体位置。在此基础上提出了基于稀疏信道抽头的自适应迭代估计算法以及自适应稀疏恢复的相关算法,如基追踪(BP, basis pursuit)算法^[5,6]、匹配追踪(MP, matching pursuit)算法^[7]、正交匹配追踪(OMP, orthogonal matching pursuit)算法^[8]及其他改进的压缩采样匹配追踪(CoSaMP, compressive sampling matching pursuit)^[9]算法等。这些算法的实现都比较容易,但是稳定性较差,对噪声也比较敏感,而且在传播路径彼此之间存在较大的干扰时,会导致性能的急剧下降。2008 年 Mohimani^[10]提出的平滑 L0 范数算法(SL0, smoothed L0)是基于过完备稀疏分解的一种快速算法。SL0 算法能直接最小化 L0 范数,在具有同样精度或者更高精度要求的情况下,重建速度要比基追踪 BP 算法快三倍。算法的主要思想是通过最速下降法以及梯度投影原理,利用一个连续的函数来逼近矢量的 L0 范数。虽然与其他算法相比,SL0 算法具有匹配度高、重建时间短、计算量低,且对噪声变化不敏感等优点,但是算法所需要迭代的次数过高,对 L0 范数的估计不够准确等缺陷。

本文针对 ISI 的稀疏多径信道,提出改进的快速平滑 L0 算法(ISL0, improved smoothed L0)^[11]对具体信道进行估计与相关均衡处理进行研究。具体采用压缩感知理论,利用拉格朗日算子以及牛顿法来优化 SL0 算法,获得了更快速和高效的信号重建

ISLO 算法。同时采用稀疏 ISI 信道模型对信道状态信息进行了相关估计,分析了信噪比(SNR, signal noise ratio)、迭代次数等特性对重构原始信号误差的影响。分析了 ISLO 算法与其他相关算法的重构信号匹配度以及运算时间的大小,并通过数值仿真得到了验证。通过对实时仿真数据的分析,ISLO 算法能很好地对稀疏 ISI 信道进行估计。仿真实验结果证明该算法信道估计准确度高,计算复杂度低,对噪声也不敏感,收敛速度快,具有较好的顽健性,而且不需要预先知道信号的稀疏程度。所以在实际信道估计中采用 ISLO 算法,能够高效精确地获知 CSI,从而能够快速重构出原始信号,获知所需信道信息。

相比较于文献[11],ISLO 算法均采用了标准回溯方法和牛顿迭代法。但文献[11]不针对具体信道模型,随机选取稀疏信号的初始值对 ISLO 算法进行了简单的理论分析。本文针对具体非时变和时变信道模型,输入适合 ISI 稀疏信道的等效基带信号,利用 ISLO 算法进行理论分析和仿真实验。并提出 ISLO 算法结合均衡器前置预滤波器方案,能有效地消除码间干扰,使系统在低 SNR 情况下均能保持较好的均衡效果。

2 压缩感知理论

压缩感知(CS, compressed sensing)理论由美国 Donoho 和 Candes 教授于 2004 年提出。利用压缩感知理论能在降低采样率后可以实现通过较少的训练序列实现对信道状况 CSI 的估计。压缩感知过程可分为 3 个重要环节,分别是信号的稀疏表示、信号观测以及信号的重构。

2.1 信号的稀疏表示

假设实值离散时间信号 x , x 在时域上的元素为 x_n , 长度为 N 。考虑到 Ψ 域下的一组标准正交基 $\{\phi_i\}_{i=1}^N$, 则信号 x 可表示为

$$x = \sum_{i=1}^N \phi_i h_i \text{ 或 } x = \Psi h \quad (1)$$

其中, x 、 h 为 $N \times 1$ 的列向量, Ψ 为 $N \times N$ 矩阵且 $h_i = \langle x, \phi_i \rangle = \phi_i^T x$ 。由此可以看出, x 和 h 是同一信号在不同域的等价表示。如果信号在基 Ψ 上仅有 K ($K \ll N$) 个非零系数 h_i , 则信号 x 就是 K -稀疏的, 可称 Ψ 为信号 x 的稀疏基。常用的稀疏基主要有以下几种: 正余弦基、小波基、Chirplet 基、Curvelet

基以及 Fourier 基^[12]等。

2.2 信号的观测

在得到 K -稀疏信号 x 后, 下一步就是对信号进行观测, 即通过 $M \times N$ 测量矩阵 Φ 进行线性变换后得欠定方程式为

$$y = \Phi x = \Phi \Psi^T h = \Theta h \quad (2)$$

将 N 维原始信号 h 经过 CS 信息算子 Θ 变换得到 M 维观测向量 y 以重构出 N 维的 \hat{h} 。为保证 h 能被精确重构, Φ 要满足有限等距性质(RIP, restricted isometry property)性质, 即确保 2 个不同的 K -稀疏信号经过观测矩阵后, 不会被映射到同一采集集合中^[13]。而要满足 RIP 性质, 就要保证 Φ 和 Ψ 的行向量之间具有非相关性。观测矩阵 Φ 和基矩阵 Ψ 之间的相关性^[14]可以定义为

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \max_{1 \leq k \leq M, 1 \leq j \leq N} |\langle \phi_k, \varphi_j \rangle| \quad (3)$$

当 μ 较小时, 二者的相关性较小, 也即观测值尽可能多地包含原始信号, 才能保证接收端高概率重构。当 μ 较大时, 二者的相关性很大, 使得信号的重构效果较差。通常选择观测矩阵 Φ 具有一定随机性的相关矩阵, 如高斯分布的白噪声矩阵或者满足伯努利分布的 ± 1 矩阵、傅里叶随机观测矩阵、非相关观测矩阵等^[15,16]。由于这些矩阵本身的分布具有较强的随机性, 可以适当配合多数正交变换基, 从而使得两者之间的相关性尽量达到最小。

2.3 信号的重构

信号的重构是在压缩传感理论框架下, 讨论如何从观测得到的低维数据中精确恢复初始高维数据。下面通过引入范数来描述信号的重构问题, 向量 h 的 p 范数可以表示为

$$\|h\|_p = \left[\sum_{i=1}^N |h_i|^p \right]^{1/p} \quad (4)$$

当 $p=0$ 时, 即为 0-范数, 表示向量 h 中非零元的个数。在信号 h 满足稀疏条件的情况下, 欠定方程式(2)的求解问题就可以转变成求解最小 0-范数的问题, 即为

$$\hat{h} = \arg \min \|h\|_0 \text{ s.t. } \Theta h = y \quad (5)$$

直接求解最小 0-范数非常复杂, Mohimani 和 Hyder^[10,17]等人提出的 SLO 算法能较好地解决该问题。在假设信道满足高斯分布条件下, SLO 算法能

使该问题转化为凸优化问题。只要利用 $M = K + 1$ 个独立同分布的高斯测量值就可以求出最小 0-范数, 有效重构 K -稀疏信号。

评价信号重构算法的优越性通常用重构质量“匹配度 Mat ”和“收敛性”来衡量信号重构的精确度和达到精确度迭代快慢。“匹配度 Mat ”定义为 $Mat = 1 - \chi$, 其中, χ 为重构信号与原始信号之差除二者之和的绝对值。 Mat 值介于 0~1 之间。当匹配度越接近于 1 时, 说明重构信号和原始信号越接近, 稀疏分解的效果越好。反之当匹配度越小时, 说明稀疏分解的误差越大, 重构信号和原始信号的匹配度越差。算法的“收敛性”一般定义为经过有限步骤的迭代可以得到一个稳定的解。本文仿真中具体以算法迭代次数 m 为变量使原始信号和重构信号的均方误差 $MSE \rightarrow 0$ 值的快慢为衡量收敛性指标。当迭代次数趋向越大, MSE 数值越趋向 0 时, 则认为算法收敛性越好。

3 ISI 稀疏信道模型

在对导致 ISI 的带限信道处理中, 比较方便的做法是分析系统(连续时间)的等效离散时间模型, 其信号处理流程如图 1 表示。

对于 ISI 稀疏信道, 假设采用的调制方法是二进制相移键控(BPSK, binary phase shift keying), 可有效改善信道损伤对带限信道影响的程度。假定在 BPSK 调制的情况下, 输入的信号样值为 $\{\pm 1\}$ 。在信号周期为 T 的情况下, 发送低通等效的基带信号可以表示为

$$v(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s(n)g(t-nT) \quad (6)$$

其中, $s(n)$ 是随机离散信息符号序列 $\{\pm 1\}$, $g(t)$ 是 BPSK 调制的脉冲成型, 假定其具有带限的频率响应特性为 $G(f)$, 即当 $|f| > W$ 时, $G(f) = 0$ 。信号通过信道传输, 信道的频率响应 $G(f)$ 也限于 $|f| \leq W$ 的范围。因此接收信号可以表示为

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n)h(t-nT) + z(t) \quad (7)$$

其中, 信道冲激响应 $h(t) = g(t) * c(t)$, $z(t)$ 是频谱密度为 $N_0/2$ 的加性白高斯噪声(AWGN, additive white Gaussian noise)。假设信号通过一个冲激响应为 $h^*(-t)$ 的匹配滤波器, 再以速率为每秒 $1/T$ 抽样, 输出信号可表示为

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n)x(t-nT) + v(t) \quad (8)$$

其中, $x(t) = h(t) * h(-t)$, 表示接收滤波器对输入脉冲 $h(t)$ 的响应, $v(t)$ 是接受滤波器对噪声 $z(t)$ 的响应。那么若在 $t = (n+1)T$ 时刻, 对 $y(t)$ 抽样就可将整个传输信道建模成一个非因果 FIR 滤波器, 因此有

$$y(n) = s(n) * x(n) + v(n) \quad (9)$$

$$\{x(n) : -M \leq n \leq M\}$$

在此应用了压缩感知理论对带限系统建立起了存在 ISI 的信道模型。建模过程中假定 $x(n)$ 是稀疏的, 因此 ISI 信道模型就衍生而成 ISI 稀疏信道模型。如果考虑噪声 $v(n)$ 是一个高斯分布序列, 且该噪声序列是相关的, 所以可通过进一步对序列 $y(n)$ 进行滤波来使噪声序列白化。

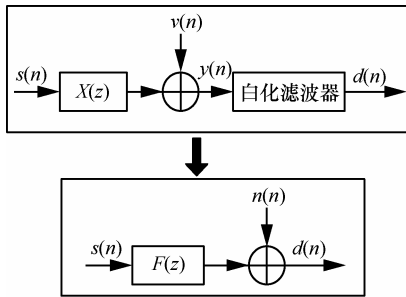


图 1 ISI 离散时间信道模型

令 $X(z)$ 表示抽样自相关函数 $x(n)$ 的双边 z 变换, 即

$$X(z) = \sum_{n=-L}^L x(n)z^{-n} \quad (10)$$

由于 $x(n) = x^*(-n)$, 因此 $X(z) = X^*(1/z^*)$, 且 $X(z)$ 的 $2L$ 个根具有对称性, 进而 $X(z)$ 可以因式分解为

$$X(z) = F(z)F^*(z^{-1}) \quad (11)$$

如果在单位圆上没有根的情况下, 一个合适的噪声白化滤波器具有 z 变换 $1/F^*(z^{-1})$ 。因为 $F^*(z^{-1})$ 的根有 2^L 种选择, 每个选择对应滤波器的特性在幅度上相同, 而在相位上是不同的, 所以, 应选择唯一的 $F^*(z^{-1})$, 使其与 $H(z)$ 零点相对应的极点在单位圆外, 满足冲激响应的非因果性。这样的非因果 FIR 滤波器是稳定的。以这种方式选择噪声白化滤波器能够保证得到的信道响应 $F(z)$ 是最小相位的。 $y(n)$ 通过数字滤波器 $1/F^*(z^{-1})$ 将得到一个输出序列为

$$d(n) = s(n) * f(n) + \eta(n) \quad (12)$$

其中, $f(n)$ 是传递函数为 $F(z)$ 的等效离散时间滤波器的一组抽头系数, $\eta(n)$ 是一个高斯白噪声序列。

如果考虑到提出的稀疏限制条件, 整个 ISI 信道模型可被看作是 FIR 最小相位稀疏滤波器。其最小相位条件也即意味着对一个 M 值其抽头系数表示如下 $f = [f_0, \dots, f_{M-1}]^T$, 其中, 只包含为数不多的非零系数。如果同时选择在频域中考虑 $x(n)$ 和 $f(n)$ 彼此之间的关系有 $x(n) = f(n) * f^*(-n)$, 由于 $x(n)$ 是稀疏信号, 所以 $f(n)$ 也是稀疏信号。如分析所得在离散时间模型图 1 中, $d(n)$ 是有噪信道输出信号的观测样本, $s(n)$ 是 ISI 稀疏信道输入信号的观测样本, 其表达式为

$$s(n) = [s(n), s(n-1), \dots, s(n-M+1)]^T \quad (13)$$

因此整个 ISI 稀疏信道可以表示为

$$d(n) = f^T s(n) + \eta(n) \quad (14)$$

由式(14)提出的离散时间信道模型, 在接收端即可通过训练序列对整个信道进行有效和准确的估计。

4 改进的 SL0 信道估计算法

研究中可通过使用一族高斯函数, 使得快速平滑的 SL0 算法有效逼近了 L0 范数。算法可采用最速下降法来最大化 SL0 的代价函数, 而且计算速度快。同时在有噪环境下, 算法能使整个系统的性能较其他重构算法得到很大的改进。但是在进行最速下降的过程中, 常常需要的迭代次数较多, 这就需要寻找运算时间和估计性能之间的一个有效平衡, 从而在优化之前提出相关改进的 SL0 算法。因此本文通过在处理牛顿上升方向的过程中, 提出采用拉格朗日算子对其进行了估计, 同时采用了凹凸方法优化了 SL0 算法, 得到改进的快速平滑 ISL0 算法。下面详述其对 SL0 的优化过程和算法改进步骤。

4.1 SL0 代价函数及其最小化

首先考虑对 L0 范式的使用问题, 也即需要解决最优逼近以及噪声敏感性的问题。因为 L0 范式是非连续的, 使得计算复杂, 需要找到最优逼近算法来估计信道冲击响应 $\|h\|_0$ 。同时为能得到较好的逼近结果, 需要定义逼近平滑系数 σ 。由于高斯函数的可分辨性, 优化过程中采用零均值高斯函数来定义信道 H , 其定义如下

$$f_\sigma(h) = \exp\left(-\frac{|h|^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{h_r^2 + h_i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, 式(15)可以表示为

$$F_\sigma(h) = \sum_{i=0}^{L-1} f_\sigma(h_i) = L - \|h\|_0 \quad (16)$$

从而满足以下公式:

$$\begin{aligned} h &= \arg \max F_\sigma(h) \\ H &= \{h \in R^n : \Phi h = y\} \end{aligned} \quad (17)$$

SL0 算法代价函数的最小化步骤如下。

初始化

step1 令 $h^{(0)} = \Phi'(\Phi\Phi')^{-1}y$ 。

step2 选择一个关于 σ 的适当递减序列 $\sigma = \sigma_1, \dots, \sigma_k$, 递减步长 ρ 满足 $0 < \rho < 1$ 。

step3 给定一个较大的 σ 以及迭代下限 σ_{\min} 。

当 $\sigma > \sigma_{\min}$, 循环迭代

step4 $h(\sigma) := \arg \max_{h \in H} F_\sigma(h)$ 。

step5 $\sigma = \rho\sigma$ 。

在算法步骤中, $h^{(0)}$ 代表信号迭代初始值, $h^{(i)}$ 代表 SL0 算法每次迭代的信号估计值。

4.2 SL0 代价函数的改进方法

4.2.1 最速下降法迭代的缺陷

在 SL0 算法代价函数的最小化的优化 step4 中采用了牛顿最速下降算法来最大化 $F_\sigma(h)$, 直到收敛到最大值时才会停止迭代。虽然 SL0 算法的运算时间较短, 但精度却不能达到理想的标准。同时在最速下降的过程中需要大量固定的迭代次数, 这就使得运算时间大大增加。针对最速下降法的缺陷, 学者又提出了一些改进算法, 在精度增加的同时提高了运算效率, 节约了计算时间^[10]。

4.2.2 改进的牛顿迭代法

如果考虑式(17)的拉格朗日表达式为^[17]

$$L_\sigma(h, \lambda) = F_\sigma(h) + \lambda'(\Phi h - y) \quad (18)$$

其中, $\lambda \in R^{m \times 1}$ 是拉格朗日算子。假设 $L_\sigma(h, \lambda)$ 函数

上存在一点 $(\hat{h}, \hat{\lambda})$, 则

$$\frac{\partial L(\hat{h}, \hat{\lambda})}{\partial h} = \frac{\partial F_\sigma(\hat{h})}{\partial h} + \Phi' \hat{\lambda} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial L(\hat{h}, \hat{\lambda})}{\partial \lambda} = \Phi \hat{h} - y = 0 \quad (20)$$

其中, $\frac{\partial F_\sigma(h)}{\partial h} = -\frac{h}{\sigma^2} f_\sigma(h_i) \rightarrow \frac{\partial F_\sigma(h)}{\partial h} = -\frac{1}{\sigma^2} W(h)h$, $W(h) := \text{diag}\{f_\sigma(h_1), \dots, f_\sigma(h_n)\}$ 。根据以上 2 个偏求导式, 可以得到

$$\hat{h} = \sigma^2 W^{-1}(\hat{h}) \Phi' \hat{\lambda} \quad (21)$$

根据式(20), 进一步变换可以得到

$$\hat{h} = W^{-1}(\hat{h}) \Phi' [\Phi W^{-1}(\hat{h}) \Phi']^{-1} y \quad (22)$$

因式(22)是非线性的, 从数学分析的角度是不能够直接求解, 但是根据以下定理可以得到相关求解方法。

定理 1 定义映射 $g: R^n \rightarrow R^n$,

则 $g(h) = W^{-1}(h) \Phi' [\Phi W^{-1}(h) \Phi']^{-1} y$, 使得 $\Phi g(h) = y$ 成立。

在当 $h \in R^n$, $\Phi h = y$, $g(h) \neq h$, 并满足 $\frac{\partial F_\sigma(h)}{\partial h} \neq 0$ 时, 可以认为沿着 $g(h) - h$ 的牛顿方向, $F_\sigma(h)$ 能取到稀疏最大值^[17]。

此定理与 SL0 采用的牛顿最速下降方向类似, 但是利用此方法能使逼近效果得到了较大改善, 较好地优化 SL0 算法。

4.2.3 迭代方向分析

首先考虑 SL0 优化问题公式

$$h(\sigma, \epsilon) = \arg \max L_\sigma(h)$$

$$L_\sigma(h) := F_\sigma(h) - \epsilon \|y - \Phi h\|_2^2 \quad (23)$$

定义 ϵ 来衡量残差 $y - \Phi h$ 的权重系数, 当 ϵ 值较大或趋近于 $+\infty$ 时, 可认为 $h(\sigma, \epsilon) = \hat{h}(\sigma)$ 。分析可得在 $H = \text{diag}(h)$ 时有

$$\frac{\partial L_\sigma(h)}{\partial h} = \frac{-W(h)h}{\sigma^2} + \epsilon \Phi'(y - \Phi h)$$

$$\frac{\partial^2 L_\sigma(h)}{\partial h \partial h'} = \frac{-W(h)}{\sigma^2} + \frac{2HW(h)H}{\sigma^4} - \epsilon \Phi' \Phi \quad (24)$$

至此可以看到代价函数的 Hessian 矩阵可以分为负定部分 $\frac{-W(h)}{\sigma^2} - \epsilon \Phi' \Phi$ 和正定部分 $\frac{2HW(h)H}{\sigma^4}$ 。因此可使二者结合, 能够最大化 $L_\sigma(h)$, 且牛顿方向可以表示为

$$d(h) = \left[\frac{-W(h)}{\sigma^2} - \epsilon \Phi' \Phi \right]^{-1} \left[\frac{W(h)h}{\sigma^2} - \epsilon \Phi'(y - \Phi h) \right] \quad (25)$$

当 $y = \Phi h$ 时，式(25)可以化简为

$$d(h) = \left[\frac{-W(h)}{\sigma^2} - \epsilon \Phi' \Phi \right]^{-1} \left[\frac{W(h)h}{\sigma^2} \right] \\ = -h + \sigma^2 W^{-1}(h) \Phi' [I/\epsilon + \sigma^2 \Phi W^{-1}(h) \Phi']^{-1} y \quad (26)$$

在 $\epsilon \rightarrow \infty$ 时有 $d(h) = g(h) - h$ ，即为改进后的牛顿方向。

4.2.4 信号重构 ISL0 算法

通过以上的研究和分析，可利用拉格朗日算子并结合牛顿法来优化 SL0 算法，获得了更快速和高效的信号重建 ISL0 算法，其算法步骤如下。

初始化

step1 令 $h^{(0)} = \Phi'(\Phi\Phi')^{-1}y$

step2 令 $\sigma = 2 \max_i |h_i^0|$ ， $\sigma_{\min} = \hat{\sigma}$

step3 令 $\rho, \beta, \gamma \in (0, 1)$

当 $\sigma > \sigma_{\min}$ ，迭代循环

step4 令 $k = 1$

step5 while $F_\sigma(kg(h^{(i)}) + (1-k)h^{(i)}) < F_\sigma(h^{(i)})$
 $k = \gamma k$

end

step6 $h^{(i+1)} = kg(h^{(i)}) + (1-k)h^{(i)}$

step7 If $\tau^{(i)} = \|h^{(i+1)} - h^{(i)}\|_2 < \beta\sigma$
 $\sigma = \rho\sigma$

从 ISL0 算法中可以看出，初始 step1 和 step2 的处理方法是类似于 SL0 算法。改进的地方是在每次迭代的过程中，牛顿迭代方向变为 $g(h^{(i)}) - h^{(i)}$ ，同时在 step4 和 step5 中采用标准回溯方法^[17]。使得在 step7 中对任意给定的 β ，当 σ 的取值越来越小时，求解的值也更加精确。改进后的算法与 SL0 相比，大大减小了内部迭代时间。

对每次迭代的收敛性能评估，可以通过步长 ρ 来得到一个关于 σ 的递减序列来标定，一般可选择介于 0.5~0.9 之间的步长值。任意给定 β 值太小或者 ρ 值过大，都会影响整个算法的运算时间。所以为达到一个折中的估计效果，定义 β 和 ρ 值均取 0.5。另外运算过程中还需注意，因在 step5 中对 $g(h)$ 的计算需要对矩阵 $W(h^{(i)})$ 求逆，但是这可能会导致其逆矩阵是奇异的，所以建议采用正则化的

方法来很好地解决这个缺陷，算法中具体做法就是用 $W(h^{(i)}) + 10^{-10}I_n$ 替代 $W(h^{(i)})$ 。

5 仿真与结果分析

为分析新算法的性能，进行了计算机仿真，验证以上提出的稀疏 ISI 信道模型及其信号估计算法 ISL0 的优越性。主要讨论以下 4 个方面的仿真实例：

- 1) 无噪信道环境中的信号恢复；
- 2) 有噪信道环境中的信号重构；
- 3) 衰落信号的恢复；
- 4) 信号的相关均衡处理。

5.1 无噪信道环境中的信号恢复

信道噪声一般是无法避免的，始终存在，但针对无噪信道环境，令信道噪声 $AWGN=0$ ，对于 K -稀疏度的输入信号，假设其非零元为 $\{\pm 1\}$ 的等概率随机向量序列，测量矩阵 Φ 满足标准正态分布。不失一般性，在仿真中使用稀疏度为 50，测量次数为 150，信号维度为 400。从图 2 中可以看出，通过本文提出的 ISL0 算法估计信号能够与初始信号很好地匹配重合，误差很低，几乎可以获取初始信号的全部信息。

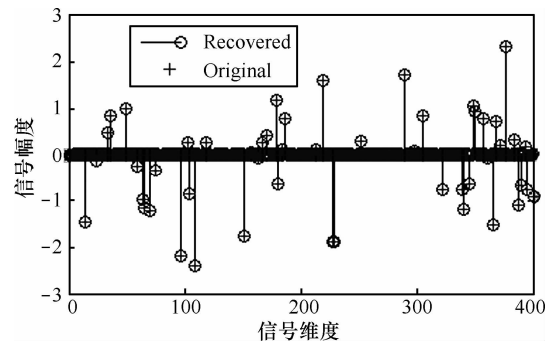


图 2 无噪信道原始信号重构

5.2 有噪信道环境下的信号逼近

仿真环境和 5.1 节中的假设条件相同，信道噪声为加性白高斯噪声 AWGN，其噪声功率均值为 0，协方差矩阵为 $\mu^2 I_m$ 。在仿真过程中取常数 $\mu = 0.1$ 。

如图 3 所示，利用 ISL0 算法使得信号重构效果非常好，误差较低。虽然在信道中加入了 AWGN，但对信号的恢复几乎没有造成太大的影响。通过对估计信号的分析 and 估计，可获得整个通信系统的性能。下面分情况具体分析在有噪信道环境下，ISI 稀疏信道的性能。

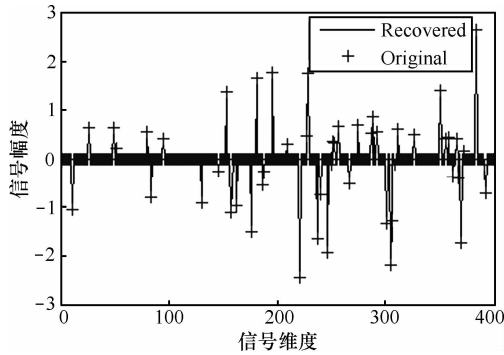


图 3 有噪信道初始信号重构

案例 1 加性白噪声 AWGN 信道“非时变系统”，仿真环境如表 1 所示。

环境变量	取值
输入信号	等概率随机向量信号{±}序列
信号长度	100
信道长度	300
非零抽头	30
信道特征	满足零均值，方差为 1 的高斯分布
加性噪声	白高斯序列，方差为 0.01

从图 4 中可以明显看出，对于 ISI 稀疏信道，ISL0 算法的均方误差 MSE(mean square error)要明显低于 SL0、OMP、CoSaMP 以及 LS 算法，且收敛速度也比其他算法要快得多，这就意味着采用 ISL0 算法，整个通信系统的稳定性将大大提高。从仿真结果得知当迭代次数越来越大时，特别是迭代次数超过 100 时，系统趋于稳定，MSE 性能以及收敛速度持续平稳地优于其他算法。在工程实际信道测试中可以适当继续增加迭代次数，以使系统达到最优状态。

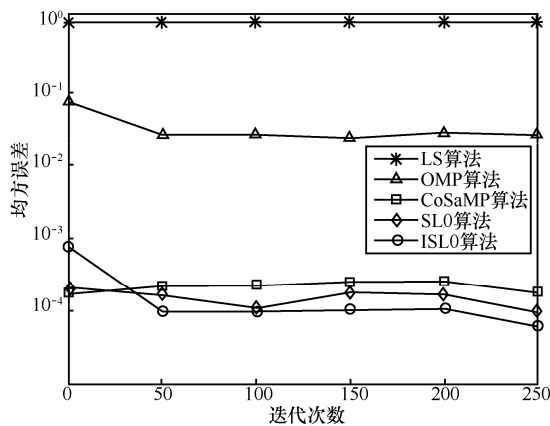


图 4 不同算法的 MSE 比较

案例 2 加性白噪声 AWGN 信道“时变系统”，仿真环境如表 2 所示。

环境变量	取值
输入信号	等概率随机向量信号{±}序列
信号长度	100
信道特征	时变系统
加性噪声	白高斯序列，方差为 0.01

关于 ISI 稀疏信道，由于是一个时变的系统，可将此信道分为如表 3 所示的几种模式，模式之间彼此自动转换，并且每种模式的脉冲响应都有 500 个抽头。

模式	描述
模式 1	非零抽头个数为 20，随机分布 稀疏信道，迭代 250 次
模式 2	奇数抽头设为 1，偶数抽头设为-1 稀疏信道，迭代 250 次
模式 3	奇数抽头设为-1，偶数抽头设为 1 稀疏信道，迭代 250 次

仿真结果如图 5 所示，发现在 3 种模式中，LS 的信号估计以及收敛效果始终较差，基本不能恢复初始信号。同时也可以注意到在模式 1 中，CoSaMP 和 SL0 2 种算法的重构性能较好，且它们的收敛速度也较快，可保持系统的稳定性能。可是在模式 2 和模式 3 中，CoSaMP 和 SL0 算法的 MSE 有所增加，意味着二者的信号恢复及其收敛效果有所下降。然而本文提出的 ISL0 算法却不存在这个缺陷，MSE 远低于其他几种算法，信号恢复效果好，收敛速度快，在精确提取初始信号信息的同时还能保证系统的稳定性，具有较好的顽健性。

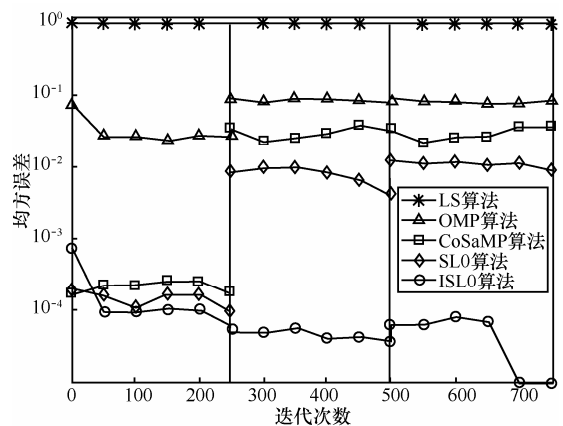


图 5 3 种模式的 MSE 综合比较

针对算法能减小内部迭代时间,图 6 给出 ISL0 算法和其他算法的仿真结果。可以明显看出, ISL0 算法的内部迭代时间明显低于 CoSaMP 和 SL0 算法,并趋近于 OMP 和 LS 算法。OMP 和 LS 算法的迭代时间优于 ISL0 算法是因为其算法结构简单,迭代中每一步计算量较小,但稳定性较差和对噪声较为敏感,因此在图 4 和图 5 中,其均方误差 MSE 均劣于 ISL0 算法。

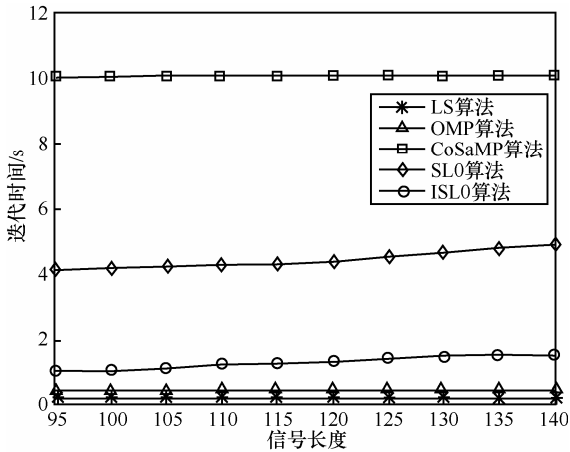


图 6 不同算法的迭代时间

图 7 为各种信号重构算法的匹配度 Mat。结果显示 ISL0 算法的匹配程度最高,匹配度 Mat 基本与 1 吻合,远高于 SL0、OMP 和 CoSaMP 算法,证明算法能完成信号的精确重构。

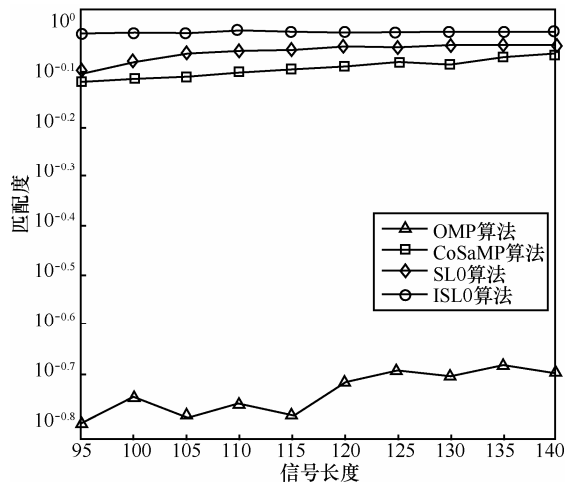


图 7 不同信号长度下的重构算法匹配度

5.3 衰落信号的恢复

在无线通信系统中通常不可避免地会存在各种各样的信号衰落,将严重影响整个系统的各项性能。所以高效恢复衰落信号十分重要。常见的衰落

信号并不是稀疏的,一般服从幂率分布形式

$$|s_i| = ci^{-p}, i = 0, 1, \dots, k-1 \quad (27)$$

由于本文研究和分析稀疏信道估计,所以增加了稀疏限制条件,同时取标准化常数 $c = 10^4$ 。在仿真中,特征标度指数 p 分别取 2、2.5 和 3.0,对 p 的 3 种取值情况进行了分析比较。利用本文提出的 ISL0 算法对系统信号重构恢复情况进行了仿真。

通过对图 8 的分析,可以看出:当 $p=2$ 时,信噪比 SNR 要高于其他 2 种情况,整个系统的性能最好。同时随着平滑系数 σ 的递减,3 种 p 值下的 SNR 曲线都呈现出一个上升的趋势。特别需注意的是当 $\sigma < 0.5$ 时,3 种情况下的 SNR 都较高。在 $p=2$ 时,效果尤其突出。所以在实际信道估计中,选择适当的 p 值以及平滑系数 σ 可以有效克服衰落带来的信号损失。

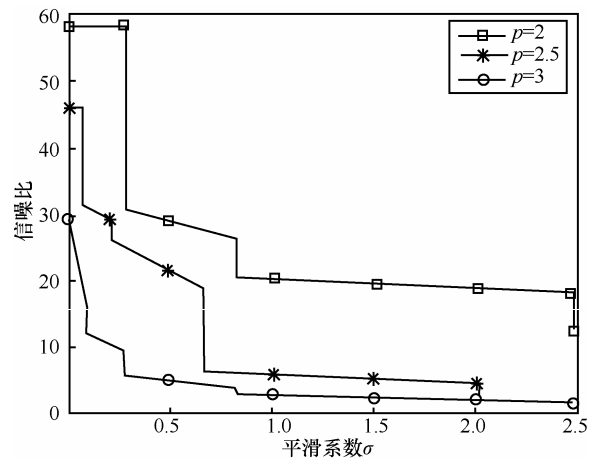


图 8 ISL0 算法下不同 p 值的信噪比比较

5.4 信道的相关均衡处理

在无线信道中,传输信号很容易受到不同物体对电磁信号的反射、折射与散射,形成多个不同的传输路径,产生多径衰落现象,使得信道表现出时间弥散(time dispersive)特性,因而产生了码间干扰 ISI。若传输速率较低,而且与信道的最大延迟相比,符号持续时间较长,可能无需任何均衡技术来处理 ISI。当 ISI 稀疏信道中不存在噪声时,整个信道就变成类似于梳形信道,即由许多按一定频率间隔相同排列的通带和阻带组成,只让某些特定频率范围内的信号通过。梳状滤波器使得信号与它的延迟信号叠加,从而产生相位抵消。因此有效利用信道估计算法可以纠正受到 ISI 影响的码元序列,恢复原始信号。

除了可以利用信道估计来解决 ISI 的问题，还可以利用均衡器来进一步解决 ISI 问题，提高系统性能。常见的均衡器有线性均衡器(LE, linear equalizer)^[18,19]和判决回馈均衡器(DFE, decision feedback equalizer)^[20,21]2 种。在理论上是一定可以找到完全解决 ISI 问题的均衡器，只不过可能太过于复杂。因此为了使接收端获得较好的性能，通常需要在均衡前加一个预滤波器，使得经过预滤波后的信道冲激响应的零极点都在单位圆内，具有最小相位特性。预滤波可用 FIR 滤波器来实现，其原理如图 9 所示。

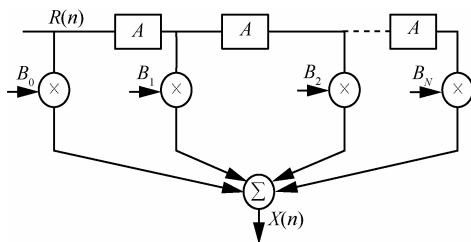


图 9 预滤波器 FIR 原理

接收系统在得到信道的脉冲响应后，可以将多径信号进行多径拆分，即可得到预滤波器的系数，进而得到预滤波器的单位脉冲响应。接收信号经过预滤波后，可以分为多条副径信号。根据信道特性，一般幅度大的副径信号延迟较小，所以在估计时只需估计某个特定范围就可保证系统性能。所以预滤波波式均衡器能在一定程度上解决 ISI 的问题。

在此结合 ISI 补偿技术算法——维特比算法^[22]，分别利用 LS、SL0 以及 ISL0 算法信道估计算法对系统性能进行模拟。从图 10 可以明显看出，在 ISL0 算法条件下，信道均衡的效果最好，误码率(BER, bit error ratio)相对其他 2 种算法较低。特别当 SNR 超过 7 时，BER 显著降低，即验证了码间干扰 ISI 得到很好的抑制。可见信道估计算法与均衡技术是解决 ISI 问题的重要方法。

相比较于 LS、OMP、CoSaMP 以及 SL0 算法，ISL0 算法利用带有拉格朗日算子的最优回溯方法，得到简单而有效的修正牛顿法。在寻求最优值的迭代过程中，能自动计算平滑系数 σ 的最小迭代值，避免了可能由于定义的 σ 过小而导致代价函数的非平滑特性(陡峭性)，从而降低算法性能。仿真结果证明 ISL0 算法的重构精度高，匹配度好，且抗噪声能力更强，同时误差以及计算复杂度也较低。可结合预滤波方法，ISL0 在低信噪比情况下均能保持较好的均衡效

果，使系统误码率较低。因此利用 ISL0 算法能较好地恢复原始信号，能有效地消除信道间存在的码间干扰。

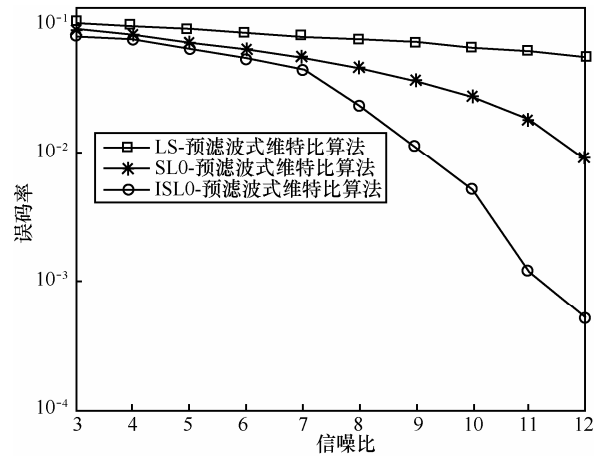


图 10 ISI 稀疏信道估计与均衡性能

6 结束语

在通信系统中，如果时延扩展小于符号持续时间，一个符号的多径分量就会对之前或者之后的符号产生 ISI 干扰。如果信号传输速率增加，ISI 的问题也就越严重，研究证明可以利用信道估计以及调整均衡器的系数来纠正这些受到 ISI 影响的信号序列。本文针对 ISI 稀疏信道估计，提出了信道估计的改进算法 ISL0，克服了 SL0 在较小平滑系数下代价函数的不连续性，同时加强了对加性噪声的顽健性，信道估计性能更加优良。且形似梳状信道模型在抑制 ISI 方面起到了很好的效果。在信道均衡方面，仿真数据表明，预滤波器 FIR 的增设可以更好地解决 ISI 的问题。在计算复杂度降低的情况下 ISL0—预滤波器维特比算法能够更好地重构出原始信号，在相同 BER 性能下 SNR 节省 3 dB。

参考文献:

- [1] BERGER C R, WANG Z H, HUANG J Z, *et al.* Application of compressive sensing to sparse channel estimation[J]. IEEE Communication Magazine, 2010, 48(11): 164-174.
- [2] CARBONELLI S V C, MITRA U. Sparse channel estimation with zero tap detection[J]. IEEE Trans Communication, 2007, 6(5): 1743-1754.
- [3] PROAKIS J. Digital Communication, 4th Edition[M]. New York: McGraw Hill, 2001.
- [4] LANG T, SADLER B M, MIN D. Pilot-assisted wireless transmissions[J]. IEEE Signal Process, Mag, 2004, 21(6):12-25.
- [5] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [6] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information

- Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [7] COTTER S F, RAO B D. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. IEEE Transaction on Communications, 2002, 50(3): 374-377.
- [8] TROPP J, GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [9] WRIGHT J, GANESH A, YANG A, *et al.* Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Transaction PAMI, 2008, 31(2):210-217.
- [10] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. Complex valued sparse representation based on smooth L_0 norm[A]. Proceedings of ICASSP 2008 Las Vegas: Conference Publications[C]. 2008.3881-3884.
- [11] HYDER M M, MAHATA K. An improved smoothed l_0 approximation algorithm for sparse representation[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2010, 58(4): 2194-2205.
- [12] SAKAMOTO J, MORI Y, SEKIOKA T. Probability analysis method using fast Fourier transform and its application[J]. Structural Safety, 1997, 19(1): 21-36.
- [13] CANDÈS E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. Comptes Rendus Mathematique, 2008, 346(9-10): 589-592.
- [14] CZINK N, YIN X, OZCELIK H, *et al.* Cluster characteristics in a MIMO indoor propagation environment[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2007,4:1465-1475.
- [15] 薛明. 压缩感知及稀疏分解在图像复原中的应用研究[D]. 西安电子科技大学, 2009.4-5.
XUE M. A Study on Application of Image Restoration Based on Compressive Sensing and Sparse Decomposition[D]. Xidian University, 2009.4-5.
- [16] DONOHO D L, TSAIG Y. Extensions of compressed sensing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 86(3): 533-548.
- [17] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. New York: Cambridge, 2009.
- [18] 付少忠, 葛建华, 王勇. 快速收敛的指数线性均衡器长度更新算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(16):5018-5021.
FU S Z, GE J H, WANG Y. Adaptive length updating algorithm based on exponential for equalizers with high convergence rate[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(16):5018-5021.
- [19] TEPEDELENLIOGLU C. Maximum multipath diversity with linear equalization in precoded OFDM system[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(1): 232-235.
- [20] 邵汉钦, 徐大专, 王磊. 两径衰落短波信道下的改进型双向判决反馈均衡器[J]. 应用科学学报, 2012, 30(5):448-454.
SHAO H Q, XU D Z, WANG L. Modified bidirectional decision feedback equalizers for two-ray fading HF channels[J]. Journal of Applied Sciences, 2012, 30(5):448-454.
- [21] YUNGSOO K, HWANG-SOO L. A decision-feedback equalizer with pattern-dependent feedback for magnetic recording channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(1): 9-13.
- [22] 孔德廷, 伍守毫等. 维特比均衡算法[J]. 通信技术, 2010, 9(43): 27-29.
KONG D T, WU S H, *et al.* Vitterbi equalization algorithm[J]. Communication Technology, 2010, 9(43): 27-29.

作者简介:



刘婷(1989-), 女, 江苏泰州人, 南京信息工程大学硕士生, 主要研究方向为移动通信理论和多天线 MIMO 信道建模。



周杰(1964-), 男, 四川泸州人, 南京信息工程大学教授, 日本国立新泻大学访问教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信理论、无线传感网和无线接入网。



菊池久和(1952-), 男, 日本新泻人, 日本国立新泻大学教授, 主要研究方向为信号处理、图像处理和通信理论。